

1. Wypisz z danego zbioru $Z = \left\{ 8^{\frac{1}{2}}; \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}; 2^0; \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}; 3\frac{1}{3}; 0,(7) \right\}$ wszystkie liczby:

a) naturalne

c) wymierne

b) pierwsze

d) niewymierne

2. Przedstaw w postaci nieskracalnego ułamka liczby: $a = 0,(5)$, $b = 1,2(4)$, $c = 0,2(25)$.

3. Wyznacz zbiory: $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$ gdzie:

a) $A = (2, 6)$ i $B = \langle 3, 8 \rangle$

c) $A = \langle -1, 7 \rangle$ i $B = (1; 2)$.

b) $A = (-3, 5)$ i $B = \langle 1; +\infty \rangle$

d) $A = (2, 6)$ i $B = \{2, 3, 6, 8\}$.

4. Reszta z dzielenia liczby naturalnej x przez 4 jest równa 1, a reszta z dzielenia liczby naturalnej y przez 4 jest równa 3. Wyznacz resztę z dzielenia liczby $x \cdot y$ przez 4.

5. Wyznacz 2014-tą cyfrę rozwinięcia dziesiętnego liczby $\frac{5}{13}$.

6. Oblicz:

a) $\left(2^3 - 4 \cdot 2\frac{1}{2}\right)^2$

c) $16^{\frac{1}{4}} + 64^{\frac{2}{3}} - 81^{\frac{3}{4}}$

b) $(3^2 + 2^{-2})^{-1}$

d) $\left(\frac{36}{49}\right)^{=0,5} - 8^{\frac{2}{3}} + 27^0$

7. Oblicz $x = \frac{6^{22} + 6^{21}}{13 \cdot 6^{19} - 6^{20}}$. Wyznacz $x^{\frac{3}{2}}$.

8. Zapisz liczbę :

a) $\frac{1}{3} \cdot 9^{27}$ w postaci potęgi liczby 3

c) $\frac{(a^2)^8 a^4}{a^{-2}}$ w postaci potęgi liczby a

b) $\frac{8^{\frac{1}{2}} \cdot (2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}}{(0,25)^{-1}}$ w postaci potęgi liczby 2

d) $5\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{25}$ w postaci potęgi liczby 5.

9. Zapisz w najprostszej postaci liczbę $3\sqrt{160} - 2\sqrt{90} + 4\sqrt{40}$.

10. Dane są liczby $x = 3 - 2\sqrt{5}$ i $y = 5 + 4\sqrt{5}$. Wyznacz:

a) $x - y$ b) $\frac{y+1}{x+\sqrt{5}}$ c) y^2 d) x^3 .

11. Rozwiąż równanie $(1 - 2\sqrt{3})(2 - x) = 2 - 4\sqrt{3}$.

12. Wyznacz liczbę odwrotną do liczby $3 + 2\sqrt{2}$.

13. Oblicz:

a) $\log_3 45 - \log_3 15$ b) $\log 200 + \log 5$ c) $9^{1+\log_3 4}$ d) $\log_2 \left(4 - \log_3 \frac{1}{81}\right)$.

14. Wiadomo, że $\log_2 3 = a$ i $\log_2 5 = b$. Wyznacz $\log_3 45$.

15. Oblicz 120% liczby $\frac{\left[\sqrt{2\frac{1}{4}} \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{2}\right](1 - \sqrt{2})}{-2^3 \cdot 2^{-2}}$.

16. Zmieszano 3 kg 8-procentowego roztworu kwasu siarkowego z 5 kg 12-procentowego roztworu kwasu siarkowego. Iluprocentowy roztwór otrzymano?

17. Cena pewnego towaru wraz z 7% stawką podatku VAT jest równa 53,50 zł. Oblicz cenę towaru bez podatku.

Ile wynosiłaby cena towaru, gdyby stawka podatku VAT była równa 23% ?

18. Cenę pewnego towaru obniżono najpierw o 30% a następnie obniżono o 20%. O ile procent obniżono cenę towaru?

19. Wpłacono 500 zł na lokatę dwuletnią przy rocznej stopie 6% i kapitalizacji co pół roku. Jaki jest stan oszczędności po dwóch latach?

20. Oblicz:

a) $|3 - \sqrt{2}| + |1 - \sqrt{2}| + |-4 - 3\sqrt{2}|$

b) $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

21. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie $|x - 5| + |7 - x|$ dla $x \in (1, 4)$.

22. Wiadomo, że $x \in (4, +\infty)$. Znajdź liczbę $y = \frac{|2x - 8|}{x - 4} - \frac{|12 - 3x|}{x - 4}$.

23. Rozwiąż równania:

a) $|2x - 7| = 5$

b) $|3x + 2| + |6x + 4| = 1$

c) $|x - 5| = |4x + 4|$

24. Rozwiąż nierówności:

a) $|2 - 5x| < 3$

b) $\left| \frac{1}{2}x - 6 \right| \geq 2$

25. Znajdź $A \cup B$ i $A \cap B$ jeśli:

a) $A = \{x \in \mathbf{C} : |2x - 3| \leq 7\}$ i $B = \{x \in \mathbf{C} : |5 - 3x| < 14\}$

b) $A = \{x \in \mathbf{R} : |x + 1| < 3\}$ i $B = \{x \in \mathbf{R} : |x + 3| \geq 4\}$

26. Podaj liczbę przeciwną do liczby $a = (3 - 2\sqrt{2})^3$ oraz liczbę odwrotną do liczby $b = (1 - \sqrt{2})^2$.

27. Przedstaw w najprostszej postaci liczbę $x = (2 + 3\sqrt{2})^2 - (5 - \sqrt{6})(5 + \sqrt{6}) - 12\sqrt{2}$.

28. Uprość wyrażenie $(m - 2)^3 - (2m - 3)(2m + 3) - m(m - 4)^2$ oraz oblicz jego wartość dla $m = \frac{1}{2}$.

29. Wiadomo, że $x + y = 17$ i $x^2 + y^2 = 145$. Wyznacz wartość $x \cdot y$.

30. Oblicz wartość liczbową wyrażenia: $x^3 + y^3$ gdy $x + y = 3$ i $x \cdot y = 2$.

31. Uzasadnij, że dla dowolnej liczby całkowitej m liczba $x = m^4 - 2m^3 - m^2 + 2m$ jest podzielna przez 4.

32. Dane są trzy kolejne liczby naturalne dodatnie, z których pierwsza jest podzielna przez 3. Uzasadnij, że reszta z dzielenia sumy kwadratów tych liczb przez 9 jest równa 5.

33. Wykaż, że liczba $u = \frac{\sqrt{27} - \sqrt{81}}{3 - \sqrt{3}}$ jest całkowita.

34. Wykaż, że liczba $x = \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{7}$ jest liczbą wymierną.

35. Dana jest liczba trzycyfrowa a , w której suma cyfr jest równa 9. Jeśli na końcu liczby a dopiszemy zero, to powiększymy ją o 4779. Wyznacz tę liczbę.